

問題 1

(1) 1)

$$W = -p_1V_1 + p_2V_2$$

(1) 2)

$$\Delta H = 0$$

(1) 3)

$$T_1 = T_2$$

(2) 1)

$$X = V, \quad Y = T$$

(2) 2)

$$\mu = -\frac{1}{C_p} \left\{ V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right\} = \frac{1}{C_p} \left\{ T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V \right\}$$

(2) 3)

$$\mu = 0$$

(2) 4)

$$\mu = \frac{1}{C_p} \left(\frac{RT}{p - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3}} - V \right)$$

(2) 5)

$$T = \frac{1}{R} \left(pV - \frac{a}{V} + \frac{2ab}{V^2} \right)$$

問題 2

(1)

$$1) \quad A_1 = \frac{v_2}{v_1} A_2$$

$$2) \quad (p_1 - p_2)A_2$$

$$3) \quad \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

$$4) \quad p_1 - p_2 = \rho v_2 (v_2 - v_1)$$

$$5) \quad h_L = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2$$

(2)

$$1) \quad a = -\frac{U}{\delta^2}, \quad b = \frac{2U}{\delta}, \quad c = 0$$

$$2) \quad \text{質量保存則より } \rho U h = \rho \int_0^\delta u(y) dy = \frac{2}{3} \rho \delta U. \text{ よって } h = \frac{2}{3} \delta \text{ となる.}$$

$$3) \quad \tau = \frac{2\mu U}{\delta}$$

$$4) \quad D = \frac{2}{15} \rho \delta U^2$$

$$5) \quad \frac{\delta}{x} = \sqrt{\frac{30}{Re_x}}$$

問題 3

(1)

$$1) \quad \frac{1}{2}\alpha^2 mg(R-r)$$

$$2) \quad \frac{3}{4}m\alpha^2\omega_n^2(R-r)^2$$

$$3) \quad \omega_n = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$$

(2)

$$1) \quad (\text{あ}) \quad \begin{bmatrix} ML^2 & 0 \\ 0 & ML^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{い}) \quad \begin{bmatrix} MgL + kh^2 & -kh^2 \\ -kh^2 & MgL + kh^2 \end{bmatrix}$$

$$2) \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{g}{L}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{2kh^2}{ML^2}}$$

$$3) \quad \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cos\omega_1 t + \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cos\omega_2 t$$

$$4) \quad (\text{う}) \text{ ②}, \quad (\text{え}) \text{ ⑦}, \quad (\text{お}) \text{ ⑩}, \quad (\text{か}) \text{ ⑩}, \quad (\text{き}) \text{ } \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad (\text{く}) \text{ } \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$$

問題 4 （その 1）

(1) 1)

$$\frac{K_D s + K_P}{s^2 + (K_D + 2)s + K_P}$$

2) $K_P = 40, K_D = 2$

3) 固有角周波数： $2\sqrt{10}$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |T(j\omega)| = 1$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |T(j\omega)| = 0$$

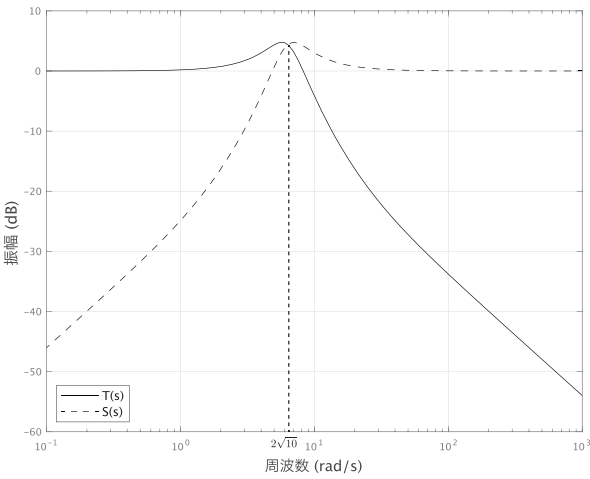
4)

$$S(s) = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + 4s + 40}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |S(j\omega)| = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |S(j\omega)| = 1$$

5)



6)

$$\frac{2}{K_P}$$

問題 4 (その 2)

- (2) 1) $K = [6 \quad 3]$
2) $\dot{e}(t) = (A - LC)e(t)$
3) $L = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$
4)

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ LC & A - BK - LC \end{bmatrix}$$

5) 以下のような正則行列 T を導入する.

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 \\ I & -I \end{bmatrix}.$$

この T を用いて, 状態変数を

$$\tilde{z}(t) = T^{-1}z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t) - \hat{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$$

と変換する.

相似変換の性質より, $\tilde{A}$ の固有値は $T^{-1}\tilde{A}T$ の固有値と等しいので,

$$\det(\lambda I - \tilde{A}) = \det(\lambda I - T^{-1}\tilde{A}T).$$

実際に $T^{-1}\tilde{A}T$ を計算すると, 以下のブロック上三角行列となる.

$$T^{-1}\tilde{A}T = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix}.$$

ブロック上三角行列の行列式は対角ブロックの行列式の積に等しいため,

$$\det(\lambda I - \tilde{A}) = \det(\lambda I - (A - BK)) \cdot \det(\lambda I - (A - LC))$$

が成り立つ. したがって, $\tilde{A}$ の固有値は $A - BK$ の固有値と $A - LC$ の固有値の和集合となる.

以上により, 状態方程式 $\dot{z}(t) = \tilde{A}z(t)$ の極は, 状態フィードバック系の極とオブザーバの極の和集合である. (証明終わり)

問題 5

(1)

$$I = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 b dz = \left[\frac{1}{3} b z^3 \right]_{-h/2}^{h/2} = \frac{bh^3}{12}$$

2)

$$R_A = \frac{Pl - M_A}{3l}, \quad R_B = \frac{2Pl + M_A}{3l}$$

3)

$$M(x) = R_A x + M_A = \frac{Pl - M_A}{3l} x + M_A, \quad (0 \leq x \leq 2l)$$

$$M(x) = R_B(3l - x) = \frac{2Pl + M_A}{3l}(3l - x), \quad (2l \leq x \leq 3l)$$

4)

$$M_A = -\frac{4}{9}Pl$$

$$5) \quad w_1(x) = -\frac{P}{162EI}(13x^3 - 36lx^2), \quad (0 \leq x \leq 2l)$$

$$w_2(x) = -\frac{P}{162EI} \left\{ 14(3l - x)^3 - 54l^2(3l - x) \right\}, \quad (2l \leq x \leq 3l) \cdots (\text{答})$$

(2)

$$1) \quad \sigma_A = \frac{P_A}{S}, \quad \varepsilon_A = \frac{P_A}{SE}, \quad \lambda_A = \frac{P_A l}{SE}$$

$$\sigma_B = \frac{P_B}{S}, \quad \varepsilon_B = \frac{P_B}{SE}, \quad \lambda_B = \frac{P_B l}{SE}$$

2)

$$\text{水平方向: } P_A \cos \theta + P_B \cos \theta = P_H$$

$$\text{鉛直方向: } P_A \sin \theta = P_V + P_B \sin \theta$$

3)

$$P_A = \frac{P_H \sin \theta + P_V \cos \theta}{2 \sin \theta \cos \theta}$$

$$P_B = \frac{P_H \sin \theta - P_V \cos \theta}{2 \sin \theta \cos \theta}$$

$$4) \quad U_{AC} = \frac{P_A^2 l}{2SE} = \frac{l}{2SE} \left(\frac{P_H \sin \theta + P_V \cos \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} \right)^2$$

$$U_{BC} = \frac{P_B^2 l}{2SE} = \frac{l}{2SE} \left(\frac{P_H \sin \theta - P_V \cos \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} \right)^2$$

$$5) \quad \delta_H = \frac{\partial U_{all}}{\partial P_H} = \frac{2P_H l \sin^2 \theta}{4SE \sin^2 \theta \cos^2 \theta} = \frac{P_H l}{2SE \cos^2 \theta}$$

$$\delta_V = \frac{\partial U_{all}}{\partial P_V} = \frac{2P_V l \cos^2 \theta}{4SE \sin^2 \theta \cos^2 \theta} = \frac{P_V l}{2SE \sin^2 \theta}$$

問 1

熱工学について，博士前期課程での学習に必要な知識を理解し，応用できるかを問う．

問 2

流体力学について，博士前期課程での学習に必要な知識を理解し，応用できるかを問う．

問 3

機械力学について，博士前期課程での学習に必要な知識を理解し，応用できるかを問う．

問 4

制御工学について，博士前期課程での学習に必要な知識を理解し，応用できるかを問う．

問 5

材料力学について，博士前期課程での学習に必要な知識を理解し，応用できるかを問う．