

【解答例】

(1)

ア：⑧多重，イ：③非局在化，ウ：⑬ $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

(2)

$$\mathbf{A} : \psi(\theta + 2\pi), \mathbf{B} : \frac{\hbar^2}{2a^2 m_e} k^2$$

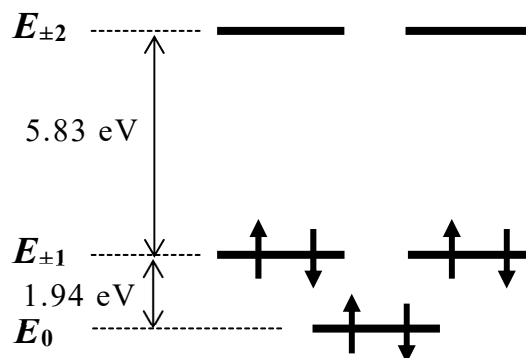
(3)

$$E = \frac{\hbar^2}{2a^2 m_e} k^2, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \text{ であるので, } E_0 < E_1 = E_{-1} < E_2 = E_{-2} < \dots$$

$$\Delta E_1 [\text{eV}] = E_{\pm 1} - E_0 = \frac{(1.054 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1})^2}{2 \times (0.14 \times 10^{-9} \text{ m})^2 \times 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}} = 1.94 \text{ eV}$$

$$\Delta E_2 [\text{eV}] = E_{\pm 2} - E_{\pm 1} = 5.83 \text{ eV}$$

従ってエネルギー準位図は右図のようになる



(4)

$$E [\text{eV}] = \frac{h\nu [\text{J}]}{e} = \frac{2\pi\hbar}{e\lambda} \text{ であるので } \lambda = \frac{2\pi\hbar}{eE [\text{eV}]}$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2\pi\hbar}{e\Delta E_2 [\text{eV}]} = \frac{2 \times 3.142 \times 2.998 \times 10^8 [\text{m s}^{-1}] \times 1.054 \times 10^{-34} [\text{J s}]}{1.602 \times 10^{-19} [\text{C}] \times 5.83 [\text{eV}]} = 213 \text{ nm}$$

ベンゼン中の π 電子を円周上に閉じ込められた電子で近似すると，ベンゼン分子の最大吸収波長は 213 nm と算出されるので，ベンゼンの液体は紫外域で光吸収を示す．一方で，基底状態における π 電子の電子配置を考慮すると，可視域では電子励起による光吸収が起きないと考えられるので，ベンゼンの液体は透明である予想される．

博士前期課程入学試験 試験問題の意図

基礎・I 物理（共通問題）

基礎・II 数学（共通問題）

基礎・III 化学

ベンゼン分子を例としてとりあげ、共有結合や分子の物性を考える上で重要となる π 電子の基本的性質および低次元空間に閉じ込められた電子の振る舞いをシュレーディンガー方程式で解析する方法と、分子の電子構造と光吸収との関連性に関する理解度を問う。

専門:I

問題1

(1)

A④政策経費, B③社会的費用, C①燃料費, D②運転維持費

(2)

E③事業用太陽光, F②陸上風力, G④原子力, H①LNG 火力

(3)

観点としては, 問題にも示しているように, 「安全性」, 「安定供給」, 「経済効率性(コスト)」, 「環境への適合」がある. 図1, 2よりコストとしては政策経費, 社会的費用, 燃料費, 運転維持費, 資本費, 統合コストなどがある, その他には設置地域の理解なども考えられ, これらを含む多様な視点で洋上風力発電の課題が記載されると良い.

問題2

(1) 太陽を中心とし, 地球軌道半径を半径とする球面の放射パワーを求める.

$$1.366 \times 4\pi \times (1.496 \times 10^{11})^2 = 3.842 \times 10^{23} \text{ kW} = 3.8 \times 10^{23} \text{ kW}$$

(2) 1 秒間あたりに消費される水素原子核の個数は

$$\frac{3.842 \times 10^{26} \text{ J}}{26.65 \times 10^6 \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}} \times 4 = 3.600 \times 10^{38} \text{ 個}$$

$$\text{質量は } 3.600 \times 10^{38} \times 1.673 \times 10^{-27} = 6.023 \times 10^{11} \text{ kg} = 6.0 \times 10^{11} \text{ kg}$$

(3) 24 時間で考えると, 赤道面直径(d_e)の範囲に入射したエネルギーが赤道面円周(πd_e)に与えられるから, 1 日平均の放射パワーは, 太陽定数を S_0 として

$$\frac{S_0 \times d_e}{\pi d_e} = \frac{1.366}{\pi} = 0.4348 = 0.43 \text{ kW/m}^2$$

(別解)

太陽光線と地面のなす角が θ のとき, 地面への入射パワー密度は $S_0 \sin \theta$ である. 昼間は $0 \leq$

$\theta < \pi$, 1日は $0 \leq \theta < 2\pi$ に対応する. よって地面への入射パワー密度平均値は

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi S_0 \sin\theta d\theta = \frac{S_0}{2\pi} [-\cos\theta]_0^\pi = \frac{S_0}{\pi} = 0.4348 = 0.43 \text{ kW/m}^2$$

(4) 1m^2 の太陽光パネルの1年間の発電量は $0.160 \times 0.2 \times 24 \times 365 = 280.32 \text{ kWh}$

1.1 兆 kWh の 23%を賄うのに必要な面積は $\frac{1.1 \times 10^{12} \times 0.23}{280.32} = 9.025 \times 10^8 \text{ m}^2$

これの国土面積に対する割合は $\frac{9.025 \times 10^8}{37.8 \times 10^4 \times 10^6} = 2.38 \times 10^{-3}$

つまり 0.24%である。

(5) (a)(石炭火力) T, (b)(原子力) F, (c)(風力) T, (d)(水力) T, (e)(地熱) F

専門 II-1

問題 1

$$(1) \quad \omega = 2\pi f \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$(2) \quad E = \hbar\omega$$

$$(3) \quad p = \hbar k$$

$$(4) \quad E = \frac{p^2}{2m}$$

$$(5) \quad \hbar\omega = \frac{(\hbar k)^2}{2m}$$

$$(6) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\omega \exp[i(kx - \omega t)] = -i\omega \psi$$
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 \exp[i(kx - \omega t)] = -k^2 \psi$$

$$(7) \quad (5) \text{式に} \psi \text{をかけると} \hbar\omega \psi = \frac{(\hbar k)^2}{2m} \psi \text{となり,}$$

$$(6) \text{式を代入して} i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

問題 2

(1) 結晶を細かく分割した最小の単位（繰り返し構成要素）を単位構造といい、その規則的な配置を格子という。

- (2) 回転は、格子をある軸を中心に $360^\circ/n$ (n は 1, 2, 3, 4, 6) 回転して格子点が一致することであり、回反は回転操作に加えて反転操作を連続的に行うこと。
- (3) 実格子は結晶中の格子の周期的配置であり、逆格子はその周期性を波数空間で表したものである。逆格子は、実格子の「格子面に垂直な方向」に「面間隔の逆数の長さ」をもつ基準ベクトルを有する。したがって、

$$\mathbf{a}^* = \frac{\mathbf{b} \times \mathbf{c}}{\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})} = \frac{\mathbf{b} \times \mathbf{c}}{V}, \mathbf{b}^* = \frac{\mathbf{c} \times \mathbf{a}}{\mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a})} = \frac{\mathbf{c} \times \mathbf{a}}{V}, \mathbf{c}^* = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}{\mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})} = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}{V}$$

の関係がある。

- (4) 第一ブリルアンゾーンとは、逆格子空間において、ある格子点（通常は原点）から最も近い他の逆格子点までの垂直二等分面によって囲まれた領域のことである。
- (5) 刃状転移は、格子面が一部余分に挿入されたことにより発生する転位のことであり、バーガースベクトル（格子のずれの大きさと方向）と転位線が垂直の関係にある。らせん転移は、スクリュウ転移ともよばれ、結晶の一部がらせん状にずれた構造を持つ転位のことである。こちらは転移線とバーガースベクトルが平行関係にある。
- (6) ギブスの相率 (C : 成分の数、 P : 相の数) から、一成分系と全率固溶型の二成分系の自由度 F は
- 一成分系: $F = C - P + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$ (圧力)
- 二成分系: $F = C - P + 2 = 2 - 2 + 2 = 2$ (圧力、温度)
- となり、圧力一定条件では、一成分系では温度に自由度はなく、全率固溶型の二成分系では温度に自由度があることがわかる。

問題 3

- (1) 固体元素の定積モル比熱は、常温付近では物質によらずどの固体でも同じであり、 $3R$ (R は気体定数) 程度であるという法則。物質が蓄える熱は、物質によらず原子数で決まるという考え方による。

(2) 固体中での原子の格子振動を、それぞれ独立な調和振動子として考える。エネルギー等配分の法則より、自由度 1 あたりのエネルギーの期待値 $\frac{1}{2}k_{\text{B}}T$ は、と表される。ここで k_{B} はボルツマン定数、 T は絶対温度である。調和振動子は自由度 3 の運動エネルギーと自由度 3 のポテンシャルエネルギーをもつ。これは、固体中の原子が 3 つの軸方向に振動しており、その振動がそれぞれの軸方向に運動エネルギーとポテンシャルエネルギーをもつことに対応している。よって全自由度は 6 となり、1 モル N_{A} あたりの調和振動子の全エネルギーは $3N_{\text{A}}k_{\text{B}}T$ である。定積比熱 C_V は定義より $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = 3N_{\text{A}}k_{\text{B}} = 3R$ となる。

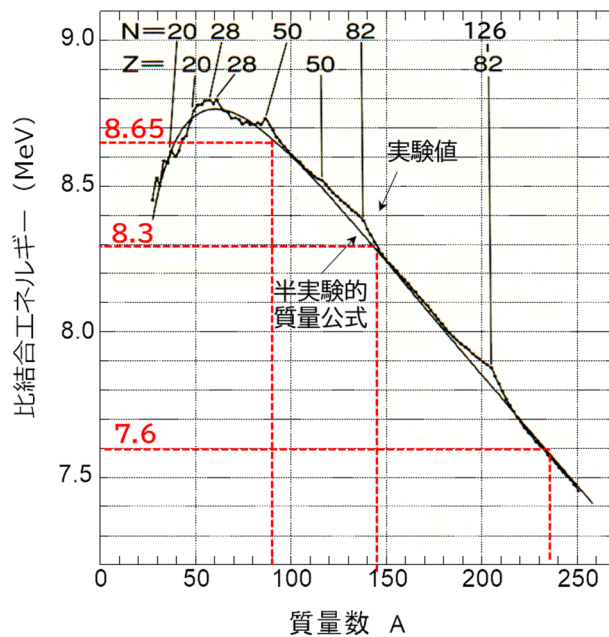
(3) デュロン＝プティの法則は、高温における比較的単純な結晶構造の固体の比熱についてはよい一致を示す。しかし、低温(数十 K 以下)の領域においては、格子振動において量子力学的性質が現れてくるため(格子振動が量子的であるため)格子比熱を定量的に説明することができない。このような低温の場合については、フォノンの考えを用いたデバイ模型が良い近似となる。

専門 II-2

問題 1

(1)

1)



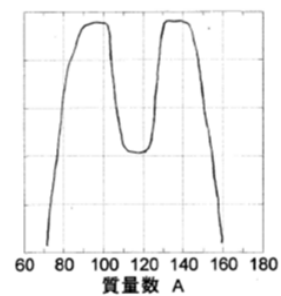
核分裂前と後の核種の結合エネルギーの差が核分裂のエネルギーなので、
 $(8.30 \text{ MeV} \times 146 + 8.65 \text{ MeV} \times 90) - 7.6 \text{ MeV} \times 236 = \sim 200 \text{ MeV}$
 読み取り誤差の範囲 ($\sim \pm 20$) は可。

2)

- ア: 魔法数, または,マジックナンバー
- イ: 液滴(集団, でもよい)
- ウ: 安定
- エ: 殻(独立粒子, でもよい)

(1) 非対称分裂が判っていれば

中心部分のくぼみが明確でない場合は減点する。



問題 2

(1)

$$1) k_{\text{eff}} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + 3D \left(\frac{\pi}{a} \right)^2}$$

$$2) a = \pi \sqrt{\frac{3D}{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}}$$

(2)

1)

$$[\text{ア}] = \gamma_L \Sigma_f \bar{\phi}, \quad [\text{イ}] = \sigma_c \bar{\phi}, \quad [\text{ウ}] = \lambda_M M(t), \quad [\text{エ}] = \gamma_N \Sigma_f \bar{\phi}, \quad [\text{オ}] = \lambda_N N(t)$$

$$2) T \approx 4.09 \times 10^7 \text{ s} \approx 1.3 \text{ 年}$$

$$\therefore \frac{\lambda_M M(t)}{\lambda_N N(t)} = \frac{1.1 \times 10^{-8} \times 3.0 \times 10^{-9} \times 0.067}{2 \times 7.3 \times 10^{-10} \times 0.062} T = \frac{3.3 \times 10^{-7} \times 0.067}{14.6 \times 0.062} T = 1$$

問題 3

(1)

1) ア ^{137}Ba の原子核, イ ^{134}Ba

2) 高純度ゲルマニウム検出器／NaI(Tl)シンチレーション検出器／CdTe 検出器／LaBr₃シンチレーション検出器 など

3) 以下の 2 通りの場合が主に考えられる。1. 光電効果が起こり、そこで入射 γ 線のエネルギーをすべて付与した場合。2. コンプトン散乱が起こり、散乱電子のエネルギーを付与した後に、光電効果により最初のコンプトン散乱で生じた散乱光子のエネルギーをすべて付与した場合。

・光電吸収が起こると、光電子が結合していた殻の結合エネルギー分を入射 γ 線のエネルギーから引いたエネルギーが付与される。その後に発生する特性 X 線またはオーグ電子もその近傍でエネルギーを付与をするので、光電吸収が起こった場合は、入射 γ 線の全エネルギーが物質に付与される。

4) 半減期と比較して測定時間が十分に短いなら放射能強度 A は以下の式で与えられる

$$A = \frac{N}{t_m \cdot \epsilon_{\text{geo}} \cdot \epsilon_{\text{int}} \cdot I_\gamma}$$

ここで、 t_m は測定時間であり、 ϵ_{geo} は”検出器の有感体積に入射する γ 線の数”を”線源から放出された γ 線の数”で割った値、つまり、幾何効率と呼ばれるものである。このため放射能強度の測定には N とともに測定時間と ϵ_{geo} が必要である。

(2) 0.96 mSv

$$\because 3.0 \times 10^4 \times 1.9 \times 10^{-5} + 3.0 \times 10^4 \times 1.3 \times 10^{-5} \text{ mSv}$$

(3) 下線部に相当する各記述

放射性核種を摂取してから核種の壊変や体外への排出により無くなるまでの間に、体内で放出された放射線による線量率を、放射線業務従事者の場合には、摂取後 50 年間の期間で時間積分して求めた値である。

専門 II-3

問題1

U 字管内の水銀が静止するためには、(点 C の圧力)=(点 D の圧力)とならなければならない。断面 A, B での圧力を P_A , P_B , 水の密度を ρ とする。

- (1) 圧力の高いほうから低いほうに流動はおこるので、 $P_A > P_B$ となる。
- (2) 1気圧、4℃における水の密度に対する液体の比を比重と定義する。
- (3) 静水圧の釣り合いから、点 C の圧力: $P_A - \rho g z$
- (4) 点 D の圧力: $P_B - (z + 0.5) \times \rho g + 0.5 \times s \times \rho g$
- (5) U字管の中の流体が釣り合うためには、(点 C の圧力)=(点 D の圧力)が成り立つ必要があり、(3) (4)の結果を代入すると、

$$\frac{P_A}{\rho g} - \frac{P_B}{\rho g} = 0.5 \times (s - 1) = 0.5 \times 12.6 = 6.3$$

$$\therefore P_A - P_B = 6.3 \times 9810 = 61803 \text{ Pa}$$

問題2

(1)

$$1) h_1 = u_1 + P_1 V_1, \quad h_2 = u_2 + P_2 V_2$$

$$2) \text{エンタルピーの増加量は, } h_2 - h_1 = (u_2 - u_1) + (P_2 V_2 - P_1 V_1),$$

内部エネルギーの変化は無視するので $u_2 - u_1 = 0$ となる.

$$\text{数値を代入すると, } 600 \times 10^3 \times 0.2 - 50 \times 10^3 \times 0.5 = 95 \text{ kJ}$$

(2)

$$\text{圧力一定なので, 仕事は } W = P(V_2 - V_1) = 200 \times 10^3 \times (0.8 - 0.1) = 140 \text{ kJ}$$

供給した熱量 Q は, 変化前後の内部エネルギーを u_1, u_2 とすると.

$$Q = u_2 - u_1 + W = 600 + 140 = 740 \text{ kJ}$$

(3)

1) 1 サイクルごとに高温熱源から熱量 Q_1 を得て仕事 W をおこない, 低温熱源に熱量 Q_2 与えたとする. 熱機関の効率 η は次式で与えられる.

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

2) あるサイクルが可逆過程をおこなう場合, サイクルに影響する熱量 Q と温度 T の関係は以下となる.

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T} = \text{一定}$$

この関係は, 状態1と状態2だけで決定され, その間の変化の経路には依存しない. この状態量 dQ/T がエントロピーと定義される.

統計力学の視点での回答も可とする.

$$S = k \ln w$$

問題3

(1) 支点 B 周りのモーメントの釣り合いは,

$$-\frac{wa^2}{2} + \frac{wb^2}{2} - R_c b = 0$$

支点 C 周りのモーメントの釣り合いは,

$$R_B b - \frac{w(a+b)^2}{2} = 0$$

(2) 区間 AB ($0 < x < a$) では,

$$F(x) = -wx$$

区間 BC ($a < x < a+b$) では,

$$F(x) = R_B - wx = \frac{w(a+b)^2}{2b} - wx$$

なお, 点 B において,

$$F(x)|_{x=a} = \frac{w(a+b)^2}{2b} - wa = \frac{w(a^2 + b^2)}{2b}$$

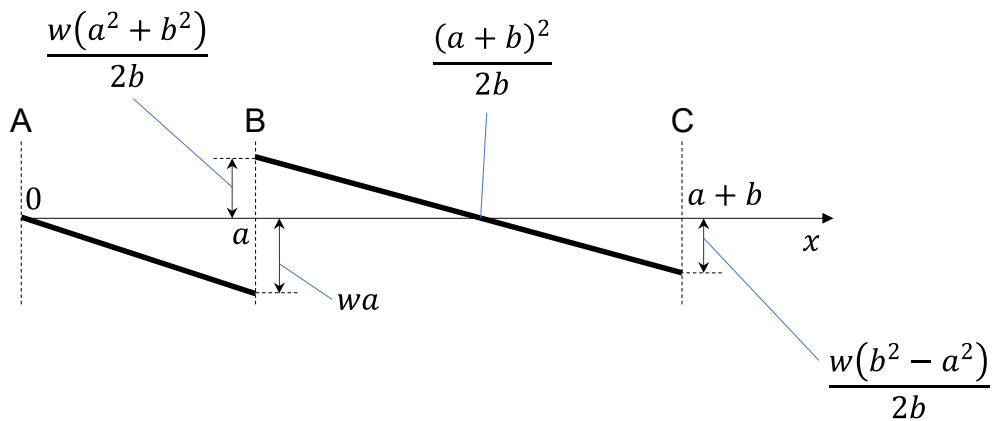
点 C において,

$$F(x)|_{x=a+b} = \frac{w(a+b)^2}{2b} - w(a+b) = \frac{w(b^2 - a^2)}{2b}$$

さらに, $F(x) = 0$ となる位置は,

$$x = \frac{(a+b)^2}{2b}$$

よって, 図示すると,



(3) 区間 AB ($0 < x < a$) では,

$$M(x) = -\frac{wx^2}{2}$$

区間 BC ($a < x < a + b$) では,

$$M(x) = R_B(x - a) - \frac{wx^2}{2} = \frac{w}{2b} \{-bx^2 + (a + b)^2x - a(a + b)^2\}$$

これより, $M(x) = 0$ となる位置は,

$$x = \frac{a(a + b)}{b}, a + b$$

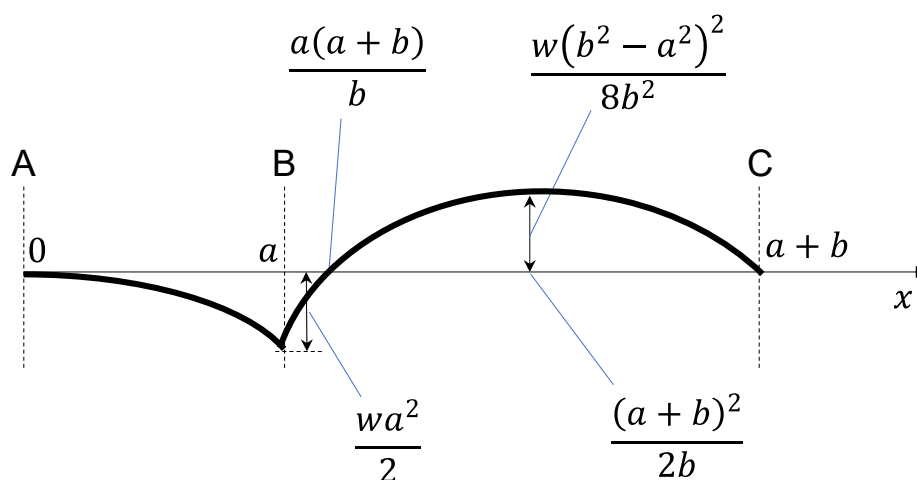
また, M_{max} が生じる位置は, $F(x) = 0$ なので,

$$x = \frac{(a + b)^2}{2b}$$

したがって,

$$M_{max} = \frac{w}{2b} \left\{ -b \frac{(a + b)^4}{(2b)^2} + (a + b)^2 \frac{(a + b)^2}{2b} - a(a + b)^2 \right\} = \frac{w(b^2 - a^2)^2}{8b^2}$$

よって, 図示すると,



問題4

- (1) 図を参照. 塗膜内と銅板内の温度勾配では, 塗膜内の温度勾配の方が大きい. 塗膜表面の温度は水温 (80°C および 5°C) とは差がある.

(2) ニュートンの冷却法則より,

$q = h(T_1 - T_2)$	(a)
$q = h(T_5 - T_6)$	(b)

フーリエの熱伝導法則より,

$q = k_b \frac{T_2 - T_3}{w_b}$	(c)
$q = k_a \frac{T_3 - T_4}{w_a}$	(d)
$q = k_b \frac{T_4 - T_5}{w_b}$	(e)

$\Delta T = T_1 - T_6 = (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_4) + (T_4 - T_5) + (T_5 - T_6)$ なので, これに式(a)から(e)を変形して代入すると,

$$\Delta T = \frac{q}{h} + \frac{qw_b}{k_b} + \frac{qw_a}{k_a} + \frac{qw_b}{k_b} + \frac{q}{h} = q \left(\frac{2}{h} + \frac{w_a}{k_a} + \frac{2w_b}{k_b} \right)$$

(3) 求める熱流束を q' として, 銅板および鉄板の場合について, 与えられた数値を(2)で求めた式に代入すると,

$75 = 3000 \left(\frac{2}{h} + \frac{0.1}{382} + \frac{2w_b}{k_b} \right)$	(f)
$75 = q' \left(\frac{2}{h} + \frac{0.1}{1.0} + \frac{2w_b}{k_b} \right)$	(g)

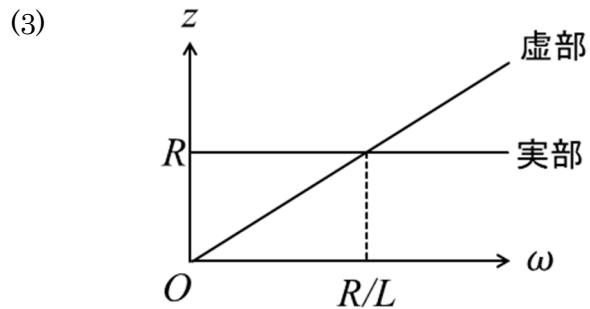
式(f)より, $\frac{2}{h} + \frac{2w_b}{k_b} = \frac{75}{3000} - \frac{0.1}{382}$ なので, これを式(g)に代入して,

$$q' = \frac{75}{\frac{75}{3000} - \frac{0.1}{382} + \frac{0.1}{1.0}} = 601 \text{ Wm}^{-2}$$

専門 II-4

(1) (ア) $RI(t)$ (イ) $L \frac{dI(t)}{dt}$ (ウ) $\frac{\mu_0 N I_0}{h}$ (エ) $-en_e v_e S$

(2) $\delta = \arctan\left(-\frac{\omega L}{R}\right)$



(4) $L = \frac{\pi a^2 \mu_0 N^2}{h}$

(5) $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$

(6) (5)

(7) $I_p = \mathcal{E}/R_p = -\frac{L}{NR_p} I_0 \omega \cos(\omega t + \delta)$

(8) $\frac{1}{2} \left(\frac{L\omega}{N}\right)^2 \frac{I_0^2}{R_p}$

(9) $\frac{\mu_0 L \omega I_0}{2b NR_p}$

(10) (オ) $+z$, (カ) $-z$, (キ) 磁場勾配, (ク) $+z$,
(ケ) $+r$, (コ) $+r$, (サ) $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$

(11) R_p は T の $-3/2$ 乗に比例するため温度が上昇すると抵抗が小さくなりジュール発熱は小さくなる。

専門-I（小論文）

- 【問題 1】 各種発電方式の特性についての知識・理解，およびそれぞれの特性に応じて発電コストや課題・解決策について考察できるかを問う．
- 【問題 2】 太陽放射エネルギーを題材としてエネルギーに関する基本的な計算についての理解を問う．また，各種のエネルギーの起源についての知識を問う．

専門 II-1

- 【問題 1】 自由粒子に対する一次元のシュレーディンガー方程式の導出方法についての理解を問う．
- 【問題 2,3】 結晶の格子，対称性，逆格子，転移に関する知識と，相平衡に関する理解を問う．
- 【問題 3】 格子比熱についての理解を問う．

専門 II-2

- 【問題 1】 核分裂エネルギーと原子核構造に関する問題である．核分裂に伴うエネルギーと原子核の結合エネルギーの関係，核構造について理解と思考力を問う．
- 【問題 2】 原子炉物理学に関する問題である．原子炉の臨界条件および燃焼方程式について，理解と思考力を問う．
- 【問題 3】 原子核物理と放射線計測学に関する問題である．放射性核種の壊変とそれに伴う放射線の計測について，理解と思考力を問う．

専門 II-3

- 【問題 1】 円管内の流れにおける差圧マノメータの理解と，静水圧の計算方法の理解を問う．
- 【問題 2】 容器内の気体における圧縮・膨張過程と熱の出入り，内部エネルギー変化の理解，エントロピーの理解を問う．
- 【問題 3】 熱工学の基礎的な問題として，熱伝導について問う．異なる材料からなる多層構造の壁を通した熱伝導および気体－固体間の熱伝達において，熱流束を正しく記述できるか，また，熱伝導度と温度勾配の関係を理解し，グラフにより視覚化できるかどうかを問う．
- 【問題 4】 材料力学の基本的な問題として，梁における力の釣り合いとせん断応力に関する理解力を問う．区間ごとに異なる荷重条件を整理し方程式をたてる能力，結果をグラフにより可視化できる能力を問う．

専門 II-4

交流回路の周波数特性，コイルに流れる電流と磁場，環状プラズマの荷電粒子の運

動，プラズマの電気抵抗に関する理解を問う．