

科 目 数 学

7月31日(木) 10:00~12:00

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この綴を開いてはいけません。
2. 問題紙等の枚数は、表紙を含めて9枚〔そのうち問題紙は1枚、解答用紙は5枚、草稿用紙は2枚〕である。
3. 解答にかかる前に、この綴左上のホッチキス針を丁寧にはずし、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
4. 解答は、必ず所定の解答用紙の所定の欄に記入してください。裏面に記入してはいけません。
5. 落丁、乱丁、印刷上不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出てください。
6. 草稿用紙のほか、この綴の解答用紙以外の余白は、草稿用に使用しても構いません。
7. 試験終了時刻までは退室してはいけません。
8. 問題紙、解答用紙、綴表紙及び草稿用紙は持ち帰ってはいけません。

科目名 

数 学
-----

1.  $xy$ 平面において曲線  $y^2 = 4x - 4$  上の点  $P$ における接線と $x$ 軸の交点を $Q(q, 0)$ とし(ただし,  $q < 0$ とする),  $P$ から $x$ 軸に下ろした垂線と $x$ 軸との交点を $R(p, 0)$ とする.  $\angle RPQ = \theta$ とする.  $x$ 軸上に $\angle SPQ = \pi - \theta$ となるように点 $S(s, 0)$ をとる. 点  $P$ は第一象限にあるとして, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $p$ を用いて $q$ を表せ.
- (2)  $p$ を用いて $\tan \theta$ を表せ.
- (3)  $p$ を用いて直線 $PS$ の傾きを表せ.
- (4)  $p$ を用いて $s$ を表せ.

2. 行列 $A$ について, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

- (1) 行列 $A$ の固有値を全て求めよ.
- (2) それぞれの固有値に対する固有ベクトルを求めよ.
- (3)  $A^n$  ( $n = 1, 2, \dots$ )を求めよ.

3. 以下の問いに答えよ.

- (1) 以下の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin x - x \cos x}$$

- (2) 以下の不定積分を求めよ.

$$\int \frac{2x + 10}{x^2 + 6x + 8} dx$$

- (3) 以下の常微分方程式の解を求めよ. ただし  $y(1) = 0$  とする.

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^2 e^{-x}$$

4. 1から8の目がある正8面体のサイコロを $m$ 個同時に振る操作を繰り返す. 以下の問いに答えよ.

- (1) サイコロを1回振って, 1の目が1個も出ない確率 $P$ を求めよ.
- (2) サイコロを1回振って, 1の目が1個以上出る確率 $Q$ を求めよ.
- (3) サイコロを $n$ 回振って, 毎回, 1の目が1個以上出る確率 $R_n$ を求めよ.
- (4) サイコロを $n$ 回振って, 少なくとも1回, 全てのサイコロの目が1となる確率 $S_n$ を求めよ.

科 目 

物 理
-----

7月31日(木) 13:20~14:20

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この綴を開いてはいけません。
2. 問題紙等の枚数は、表紙を含めて7枚〔そのうち問題紙は2枚、解答用紙は2枚、草稿用紙2枚〕です。
3. 解答にかかる前に、この綴左上のホッチキス針を丁寧にはずし、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
4. 解答は、必ず所定の解答用紙の所定の欄に記入してください。裏面に記入してはいけません。
5. 落丁、乱丁、印刷上不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出てください。
6. 草稿用紙のほか、この綴の解答用紙以外の余白は、草稿用に使用しても構いません。
7. 試験終了時刻までは退室してはいけません。
8. 問題紙、解答用紙、綴表紙及び草稿用紙は持ち帰ってはいけません。

科目名 物 理

1. 図1に示すように、半径  $R$ 、質量  $M$  の密度が一様な円柱が、水平面となす角  $\theta$  の斜面上に円柱の中心軸が水平になるように置かれている。円柱の中心軸を水平に保ちながら斜面を下降する。円柱が下降する方向に  $x$  軸をとり、また円柱の中心軸に対して、円柱が下降しながら回転する方向の角度を  $\varphi$  とする。円柱は時刻  $t=0$  のときに原点  $O$  の位置( $x=0, \varphi=0$ )に静止している。鉛直方向の重力加速度の大きさを  $g$  として、以下の問いに答えよ。なお、途中で用いた数式等も解答用紙に記すこと。

- (1) 円柱は原点  $O$  から回転せずに滑りながら下降した。このときの円柱の重心に対する  $x$  軸方向の加速度の大きさ  $a$  を求めよ。
- (2) 円柱は原点  $O$  から滑らずに回転しながら下降した。このときの円柱の中心軸まわりの慣性モーメント  $I_G$  と回転半径  $k$  をそれぞれ求めよ。
- (3) (2)のときの円柱と斜面の間に発生した摩擦力の大きさ  $F$  を求めよ。
- (4) (2)のときの円柱の重心に対する  $x$  軸方向の加速度の大きさ  $a$  を求めよ。さらに、これは、(1)のときの加速度の大きさ  $a$  の何倍になるのかを答えよ。
- (5) (2)のときの円柱の重心に対して、 $t=t_0 (>0)$  のときの  $x$  軸方向の移動距離  $s$  と速さ  $v$ 、および円柱の中心軸に対する角速度の大きさ  $\omega$  をそれぞれ求めよ。

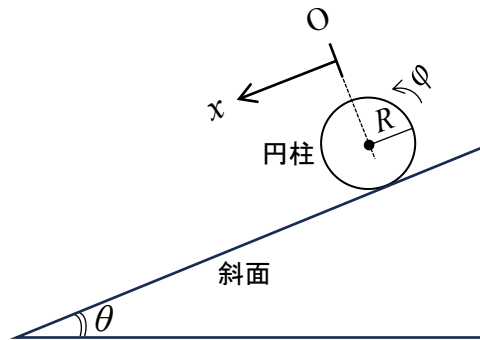


図1

科目名 物 理

2. 以下の問いに答えよ. なお, 真空の誘電率を  $\epsilon_0$  とし, 途中で用いた数式等も解答用紙に記すこと.
- (1) 図2に示すように, 真空中に半径  $a$  の無限長の直線導体 A を設置し, 導体中心軸に対して垂直方向に  $r$  軸を取る. 導体に体積密度  $\rho$  の電荷が一様に分布しているとき, 位置  $r = x$  ( $a < x$ ) における電界の大きさ  $E_A$  を求めよ.
- (2) 図3に示すように, (1) の直線導体 A と平行に, 直線導体 B を位置  $r = d$  に設置する. この直線導体 B は直線導体 A と同一の形状であり, 体積密度  $-\rho$  の電荷が一様に分布している. 二導体間の位置  $r = x$  ( $a < x < d - a$ ) における電界の大きさ  $E$  を求めよ.
- (3) (2) の二導体間の単位長さ当たりの静電容量  $C$  を求めよ.
3. 図4に示すように, 真空中に無限長の直線導線を設置し, 導線に対して垂直方向に  $r$  軸を取る. 方形コイル(幅  $w$ , 高さ  $h$ ) を導線と同一平面内で, 直線導線から  $a$  だけ離れた位置に設置する. 直線導線に図中矢印の向きに電流  $I$  を流すとき, 以下の問いに答えよ. なお, 真空の透磁率を  $\mu_0$  とし, 導線及び方形コイルの太さは無視して良い. 途中で用いた数式等も解答用紙に記すこと.
- (1) 位置  $r = x$  における磁束密度の大きさ  $B$  を求めよ.
- (2) 方形コイルの面を貫く磁束  $\Phi$  を求めよ.
- (3) 直線導線と方形コイルの間の相互インダクタンス  $M$  を求めよ.

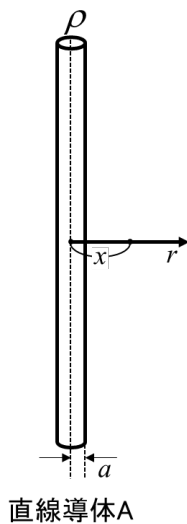


図2

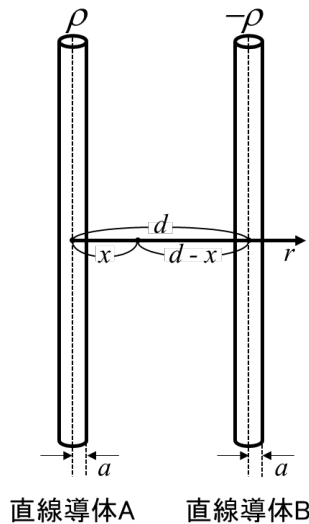


図3

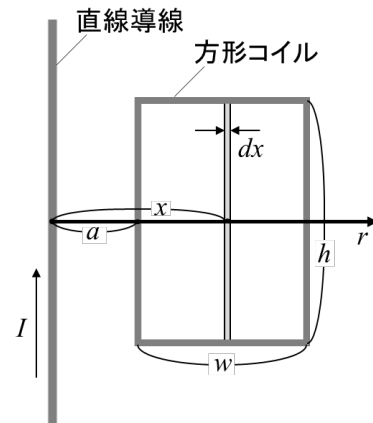


図4

科 目 

化 学
-----

7月31日(木) 14:50~15:50

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この綴を開いてはいけません。
2. 問題紙等の枚数は、表紙を含めて7枚〔そのうち問題紙は2枚、解答用紙は2枚、草稿用紙2枚〕です。
3. 解答にかかる前に、この綴左上のホッチキス針を丁寧にはずし、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
4. 解答は、必ず所定の解答用紙の所定の欄に記入してください。裏面に記入してはいけません。
5. 落丁、乱丁、印刷上不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出てください。
6. 草稿用紙のほか、この綴の解答用紙以外の余白は、草稿用に使用しても構いません。
7. 試験終了時刻までは退室してはいけません。
8. 問題紙、解答用紙、綴表紙及び草稿用紙は持ち帰ってはいけません。

科目名 化学

1. 次の文章を読み、以下の問いに答えよ。気体定数を  $R$  とする。

ボルツマンは「ある熱力学的状態をとる確率(区別できる微視的状态の数)  $W$  とその状態のもつエントロピー  $S$  との間には  $S = k \ln W$  の関係式が成り立つ」とした。ここで  $k$  はボルツマン定数である。このボルツマンの関係式は、系のとりうる微視的状态の数が大きければ大きいほどエントロピーは(ア)なることを意味している。

A, B 二種類の原子を混合して固溶体を形成する場合を考える。  $N$  個の格子点に  $n_B$  個の B 原子と  $(N - n_B)$  個の A 原子をでたらめに配置したときのエントロピー変化  $\Delta_{\text{mix}}S$  を考える。A 原子, B 原子および固溶体の持っているエントロピーをそれぞれ  $S_A, S_B$  および  $S_{AB}$  とすると、 $\Delta_{\text{mix}}S = S_{AB} - S_A - S_B$  であり、固溶体のとりうる微視的状态の数を  $W_{AB}$  とするとボルツマンの関係式から  $\Delta_{\text{mix}}S =$  (a) となる。

$W_{AB}$  すなわち  $n_B$  個の B 原子と  $(N - n_B)$  個の A 原子とを  $N$  個の格子点に並べる仕方は( b )となる。スターリングの公式を用い、さらに  $N$  が 1 mol の場合について、原子密度  $X_A = (N - n_B)/N$ ,  $X_B = n_B/N$  を用いて書き直すと  $\Delta_{\text{mix}}S = -R(X_A \ln X_A + X_B \ln X_B)$  となる。

A, B 二種類の原子が等量含まれている場合、 $\Delta_{\text{mix}}S$  は( c )である。 $\Delta_{\text{mix}}S$  は A と B の原子密度が(イ)とき最大となる。また、等量の原子を混合して固溶体を形成するとき、2 種類の元素を混合する場合と比べて、8 種類の原子を混合する場合  $\Delta_{\text{mix}}S$  は I 倍になる。

$H$  および  $T$  をそれぞれエンタルピーおよび温度として、 $G \equiv H - TS$  で定義される状態量を(ウ)と呼ぶ。定温定圧条件では  $G$  が(エ)する方向に反応が進む。可逆変化において、定温定圧の系の平衡条件は、反応進行度に対して  $G$  が(オ)ときとなる。

ある理想気体 A, B, C の間に  $A + B \rightleftharpoons 2C$  という可逆反応がある場合の化学平衡を考える。A, B, C の分圧をそれぞれ  $P_A, P_B, P_C$  とする。標準状態での A の化学ポテンシャルを  $\mu_A^\circ$  とすると、系の温度が  $T$  のときの A の化学ポテンシャル  $\mu_A$  は( d )と書ける。化学平衡では標準(ウ)変化  $\Delta_r G^\circ$  は、各気体の分圧を用いて( e )とかけ、圧平衡定数  $K_P$  は( f )である。

次に A, B が固体であり、C が理想気体である場合の  $A + B \rightleftharpoons 2C$  という可逆反応を考える。この反応の圧平衡定数  $K_P$  が 10 kPa であるとき、気体 C の分圧は II Pa となる。

(1) (ア)から(オ)にあてはまる適切な語句を答えよ。

(2) (a)から(f)にあてはまる適切な式を答えよ。

(3) I および II にあてはまる適切な数値を答えよ。

科目名 化学

2. 以下の問いに答えよ.

(1) 次の分子における下線部の原子の混成様式を示せ.

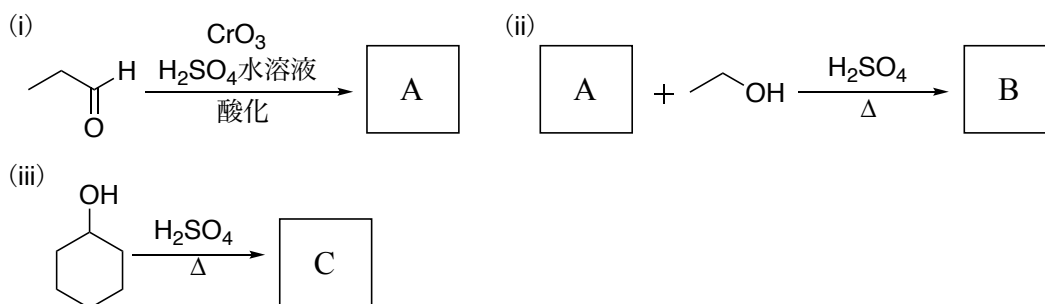
- 1) CH<sub>4</sub> 2) NH<sub>3</sub> 3) CH<sub>2</sub>=CH<sub>2</sub> 4) CO

(2) 次の化合物群(ア)~(ウ)および(エ)~(カ)について, (i)と(ii)について該当する順番に記号を並べよ.

(i) 太字の水素の酸性度の高い順 (ア) CH<sub>3</sub>CO<sub>2</sub>**H** (イ) CF<sub>3</sub>CO<sub>2</sub>**H** (ウ) CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>**OH**

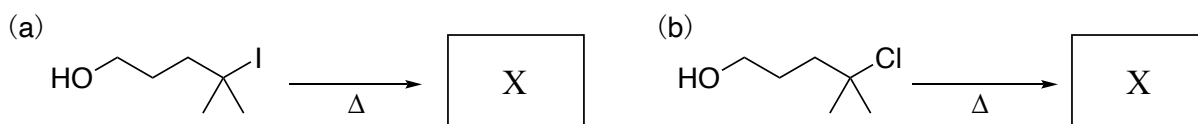
(ii) 沸点の高い順 (エ) CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>CO<sub>2</sub>**H** (オ) CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>**OH** (カ) CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>**SH**

(3) 次の反応の主生成物( A )から( C )を構造式で示せ. (反応式中の Δ は加熱することを意味する.)



(4) 次の S<sub>N</sub>1 反応 ( a ) と ( b ) は同じ主生成物 ( X ) を与える.

(反応式中の Δ は加熱することを意味する.)



1) 主生成物( X )を構造式で示せ.

2) ( a ) と ( b ) では, どちらの反応が速く進行するか, 記号で答えよ.

また, その理由を「脱離能」という用語を用いて説明せよ.

(5) 次の高分子に関する文において, ( ア ) から ( ウ ) に適する語句を答えよ. また, 該当する高分子の構造( A )および( B )を下記の例にならって示せ.

ビニロンは, 1939 年に桜田一郎らによって開発された日本で最初の合成繊維である. その合成過程は次の通りである. まず, ( ア ) を付加重合することでポリ酢酸ビニル( A )を合成する. 次に, 得られたポリ酢酸ビニルを水酸化ナトリウムなどを用いて( イ )することで, ポリビニルアルコール( B )を得る. 最後に, このポリビニルアルコールを酸触媒の存在下で( ウ )と反応させることで, 1,3-ジオール部分でホルマー化が起こり, ビニロンが合成される.

例 ポリスチレン

