

科 目 数 学

8月1日(木) 10:00~12:00

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この綴を開いてはいけません。
2. 問題紙等の枚数は、表紙を含めて8枚〔そのうち問題紙は1枚、解答用紙は4枚、草稿用紙は2枚〕である。
3. 解答にかかる前に、この綴左上のホッチキス針を丁寧にはずし、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
4. 解答は、必ず所定の解答用紙の所定の欄に記入してください。裏面に記入してはいけません。
5. 落丁、乱丁、印刷上不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出てください。
6. 草稿用紙のほか、この綴の解答用紙以外の余白は、草稿用に使用しても構いません。
7. 試験終了時刻までは退室してはいけません。
8. 問題紙、解答用紙、綴表紙及び草稿用紙は持ち帰ってはいけません。

科目名 数 学

1. 互いに直交する三つの単位ベクトル $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ による三次元直交座標系における

ベクトル場 $\mathbf{f} = (2xz + y + z)\mathbf{i} + (2yz - x - z)\mathbf{j} + (x^2 + y^2 + z^2)\mathbf{k}$, および3点 $O(0, 0, 0)$, $P(1, 1, 1)$, $Q(1, -1, 2)$ について, 以下の問いに答えよ.

- (1) ベクトル場 \mathbf{f} の回転 $\text{rot } \mathbf{f}$ を求めよ.
- (2) 3点 O, P, Q を通る平面の単位法線ベクトル \mathbf{n} を求めよ.
- (3) 三角形 OPQ の面積 S を求めよ.
- (4) 三角形 OPQ の周上を $O \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow O$ の順に一周する経路を C とする. C に沿ったベクトル場 \mathbf{f} の線積分

$\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}$ の値を求めよ. ただし, $d\mathbf{r}$ は C 上の線素ベクトルとする.

2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 固有値および各固有値に対応する固有ベクトルを全て求めよ.
- (2) $A = B^2$ となる B を一つ求めよ.

3. xy 平面上の曲線 C 上の点 (x, y) における接線を考える. 接線の傾き dy/dx を p とおき, 接線上の任意の点の座標を (u, v) とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 接線の方程式を u, v, p, x, y を用いて示せ.
- (2) 接線と原点との距離を p, x, y を用いて示せ. なお, 接線と原点との距離とは, 接線上の点 (u, v) と原点 $(0, 0)$ との距離の最小値を指す.
- (3) 接線と原点との距離が接点 (x, y) によらず 2 になるとする. このとき, 前問(2)の解を利用すれば, p, x, y の関係式が得られる. これを解いて, 曲線 C の方程式を求めよ.

4. M 個の白球を N 人に分配するときの球の並べ方の数 W を考え, $M \geq N \geq 1$ とする. 今, 1 番目から N 番目までの人に対して白球の分配が行われたとする. このとき, 1 番目の人の手持ちの白球を左から右へ順にすべて並べ, 2 番目の人との区別のために 1 個の黒球を並べる. 続いて 2 番目の人の手持ちの白球をすべてその右に並べ, 以下同様に並べていき, N 番目の人の白球を並べて終了とする. 例として, 3 人に対して 3 個の白球を配分するとき, 最初の人に 3 個の白球を配分したときの球の配列は $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bullet\bullet$ となる. 以下の問いに答えよ.

- (1) 白球と黒球にそれぞれ異なる数字を付けて全ての白球と黒球が区別できるとき, $M = 4, N = 3$ における球の並べ方の数 W を求めよ.
- (2) 白球と黒球がそれぞれ区別できないとき, 球の並べ方の数 W を M および N を用いて表せ.
- (3) 白球と黒球がそれぞれ区別できないとき, $M = 4, N = 3$ における球の並べ方の数 W を求めよ.

科 目 物 理

8月1日(木) 13:20~14:20

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この綴を開いてはいけません。
2. 問題紙等の枚数は、表紙を含めて7枚〔そのうち問題紙は2枚、解答用紙は2枚、草稿用紙2枚〕です。
3. 解答にかかる前に、この綴左上のホッチキス針を丁寧にはずし、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
4. 解答は、必ず所定の解答用紙の所定の欄に記入してください。裏面に記入してはいけません。
5. 落丁、乱丁、印刷上不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出てください。
6. 草稿用紙のほか、この綴の解答用紙以外の余白は、草稿用に使用しても構いません。
7. 試験終了時刻までは退室してはいけません。
8. 問題紙、解答用紙、綴表紙及び草稿用紙は持ち帰ってはいけません。

科目名 物 理

1. 図1と図2に示すように、質量 m_1 と m_2 の質点 1, 2 に対して、ばね定数が k_a と k_b の弾性ばねがそれぞれ直列および並列に連結されている. k_a と k_b の弾性ばねの自然長は等しく、質点 1, 2 は滑らかな床の上に置かれ、それらが静止した位置を原点 O とする. 時刻は t として質点 1, 2 は x 軸方向に空気からの抵抗力を受けながら運動し、その大きさ F は、質点の質量と速度の大きさ v 、および比例定数 γ の積で与えられる. 以下の問いに答えよ. なお、途中で用いた数式等も解答用紙に記すこと.

- (1) 質点 1, 2 の変位がどちらも $x = x_0 (>0)$ のときの質点 1, 2 に作用する弾性ばねの復元力の大きさ F をそれぞれ求めよ.
- (2) $\gamma = 0$ とした場合の図1の質点1の運動方程式を求めよ. さらに、初期時刻 $t = 0$ において $x = x_0 (>0)$, $dx/dt = 0$ としたときの質点1の変位 x と時刻 t の関係を求めよ.
- (3) (2)のときに、質点1の運動に対する弾性ポテンシャルエネルギー U の最大値を求めよ.
- (4) (2)のときに、質点1の速度の大きさ v の最大値を求めよ.
- (5) $\gamma > 0$ とした場合の図2の質点2の運動方程式を求めよ. さらに、質点2は時刻 t の経過とともに減衰振動をした. このときの比例定数 γ が満たすべき条件式を求めよ.
- (6) (5)のときに、質点2の減衰振動の周期 T を求めよ.
- (7) $\gamma > 0$, $m_2 < m_1$ とする. 時刻 t の経過とともに図2の質点2は減衰振動をしたが、図1の質点1は減衰振動をしなかった. この場合の比例定数 γ が満たすべき条件式を求めよ.

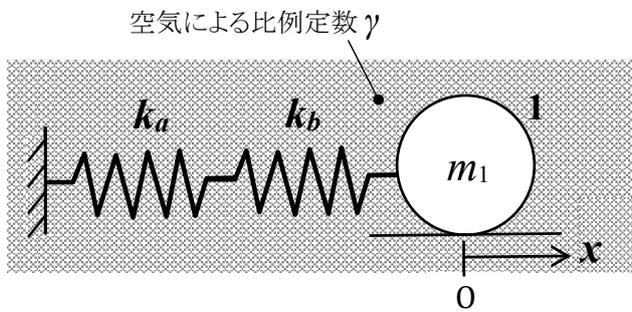


図1

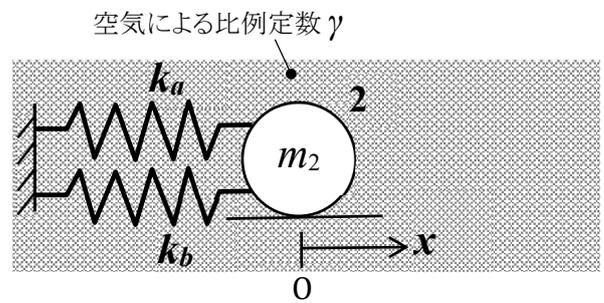


図2

科目名 物 理

2. 真空中において、原点 O に正の点電荷 q を置き、原点 O からの距離 r のみに依存した球対称な電荷密度 $\rho(r)$ を与えたとき、 q と $\rho(r)$ によって静電ポテンシャル $\phi(r) = \frac{A}{r} \exp(-kr)$ が生じたとする。ただし、 $\rho(r)$ は $\rho(r) < 0$ 、係数 A と k はそれぞれ $A > 0$ 、 $k > 0$ の任意の定数であり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。このとき、 A 、 k 、 r 、 ϵ_0 のうち、必要なものを用いて以下の問いに答えよ。なお、途中で用いた数式等も解答用紙に記すこと。

- (1) 原点 O からの距離 r における電界の大きさ $E(r)$ を求めよ。
- (2) 原点 O を中心とした半径 r の球内に含まれる電荷の総量 $Q(r)$ を求めよ。
- (3) 原点 O に配置された正の点電荷 q を求めよ。
- (4) 原点 O からの距離 r における電荷密度 $\rho(r)$ を求めよ。

3. 図3に示すように、円柱導体(内円柱)と中空の円筒導体(外円筒)で構成された無限長の同軸線路がある。同軸線路の中心軸に z 軸を取り、これと垂直方向に r 軸を取る。外円筒の厚さは無視できるものとし、内円柱の半径は a 、外円筒の半径は b である。内円柱には z 軸正の方向に一樣な定常電流が流れており、その単位面積当たりの電流密度は j である。一方、外円筒には z 軸負の方向に一樣な定常電流が流れており、外円筒全体に流れる電流の大きさは I である。ただし内円柱と外円筒の間 ($a < r < b$) および外円筒の外部 ($b < r$) は真空で、真空の透磁率は μ_0 とする。このとき以下の問いに答えよ。なお、途中で用いた数式等も解答用紙に記すこと。

- (1) 内円柱の内部 ($r < a$) における磁界の大きさ $H(r)$ を求めよ。
- (2) 外円筒の外部 ($b < r$) における磁界の大きさ $H(r)$ を求めよ。
- (3) 外円筒の外部 ($b < r$) において、点電荷 p を z 軸正の方向に速さ v で飛行させたところ、この同軸線路がつくる磁界から点電荷が受ける力の大きさはゼロとなった。このとき、内円柱に流れる電流密度の大きさ j を用いて、外円筒全体に流れる定常電流の大きさ I を求めよ。ただし $p > 0$ とする。
- (4) 内円柱と外円筒の間 ($a < r < b$) において、 z 軸方向の単位長さ当たりに蓄えられている磁界のエネルギー W を求めよ。

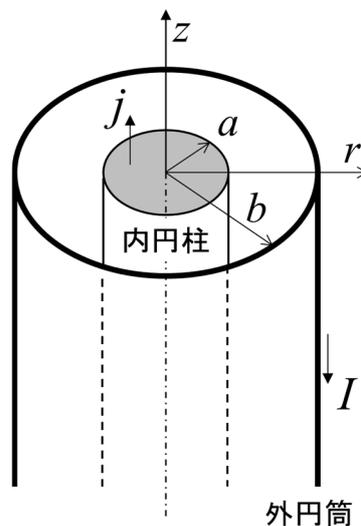


図3

科 目 化 学

8月1日(木) 14:50~15:50

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この綴を開いてはいけません。
2. 問題紙等の枚数は、表紙を含めて7枚〔そのうち問題紙は2枚、解答用紙は2枚、草稿用紙2枚〕です。
3. 解答にかかる前に、この綴左上のホッチキス針を丁寧にはずし、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
4. 解答は、必ず所定の解答用紙の所定の欄に記入してください。裏面に記入してはいけません。
5. 落丁、乱丁、印刷上不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出てください。
6. 草稿用紙のほか、この綴の解答用紙以外の余白は、草稿用に使用しても構いません。
7. 試験終了時刻までは退室してはいけません。
8. 問題紙、解答用紙、綴表紙及び草稿用紙は持ち帰ってはいけません。

科目名 化学

1. 次の文章のカッコ内(ア)から(キ)にあてはまる適切な語句を答えよ.

固体の内部では,さまざまな原子間または分子間の結合力が働いている.例えば,塩化ナトリウムの結晶は陽イオンと陰イオンの間に働くクーロン力による(ア)結合できている.ダイヤモンドでは原子間の結合は方向性をもち,強固な(イ)結合により3次元的な構造ができている.(ウ)結合によって凝集している鉄や銅などでは,電子は局在化せず,自由に物質中を移動できる.(エ)元素であるネオンは,(オ)で表記される電子配置をとり,閉殻となっているため,比較的弱い(カ)力が主な凝集力として働く. H_2O の固体である氷は(キ)結合により,同じ分子構造をもつ他の16族の水素化合物と比べて,融点が高い.

2. 以下の問いに答えよ.

- (1) 銅や銀などは図1(a)に示す構造をとる.この結晶格子の名称を答えよ.
- (2) 図1(a)の結晶格子において,単位格子中に含まれる原子の数を答えよ.
- (3) 単一原子からなる図1(a)の結晶格子において,単位格子の体積 V を,原子の半径 r を用いてあらわせ.
- (4) 鉄やアルカリ金属などは図1(b)に示す構造をとる.この結晶格子の名称を答えよ.
- (5) 単一原子からなる図1(b)の結晶格子において,単位格子の体積 V を,原子の半径 r を用いてあらわせ.
- (6) 図1(a)および(b)の構造の充てん率(単位格子内の原子の体積/単位格子の体積)を有効数字2桁まで求めよ.ただし, $\pi = 3.14$, $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$ とする.
- (7) 図1(a)に示す構造は最密充てん構造である.マグネシウムや亜鉛は,図1(a)とは異なる最密充てん構造をとる.この構造の名称を答えよ.

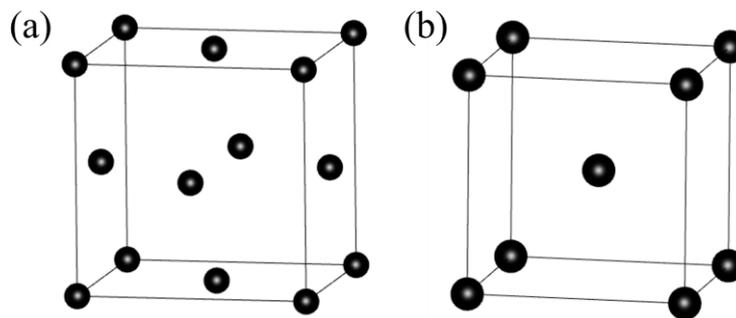


図1

科目名 化学

3. 以下の問いに答えよ.

- (1) ベンゼンとプロピレンを原料とするフェノールと ア の工業的合成法は イ 法と呼ばれている. ア, イに適切な語句を記せ.
- (2) 上記の方法で ア を 5.8×10^4 g 合成するのに必要な酸素 (O_2) の質量 (g) を計算し, 有効数字 2 桁で求めよ. 導出方法も記せ. ただし, 炭素 (C), 水素 (H), 酸素 (O) の原子量はそれぞれ 12.0, 1.0, 16.0 とする.
- (3) フェノールから触媒を用いて熱硬化性樹脂の一つであるフェノール樹脂を合成する際に必要な有機化合物の名称を答えよ. また, フェノール樹脂以外の熱硬化性樹脂の例の一つ挙げよ.
- (4) 分子式 $C_4H_4O_4$ で示される不飽和ジカルボン酸には 2 種類の ウ 異性体が存在する. そのうちの一つの異性体である エ を約 $160^\circ C$ に加熱すると脱水反応により, 酸無水物 オ が生じる. もう一方の異性体 カ は加熱しても昇華するだけで酸無水物を生成しない. ウに適切な語句, また, エ〜カに物質の構造式を記せ.

4. 図 2 は水の状態図 (概形) を示している. これに関して以下の問いに答えよ.

- (1) AD の曲線は何と呼ばれるかを記せ.
- (2) CD の曲線は何と呼ばれるかを記せ.
- (3) a 点では, 水はどのような相の状態が存在するか.
- (4) D 点は何と呼ばれるかを記せ.
- (5) b 点の相の状態は何と呼ばれるかを記せ.
- (6) 可変度 (自由度) を F , 成分数を C , 平衡にある相の数を P とするとき, ギブスの相律はどのように表されるか.

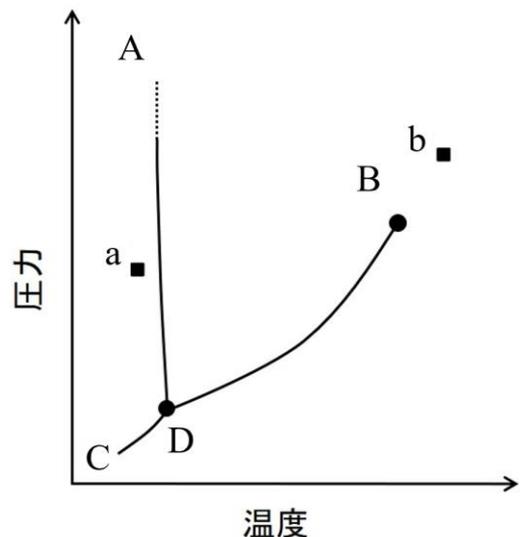


図2 水の状態図